

J'ai découvert cet ouvrage au cours du stage « problèmes et énigmes au carrefour des cultures » (PAF 2013-14). Plusieurs textes nous ont été présentés mais les extraits de Jeux avec l'infini m'ont intéressée plus particulièrement car le contexte était plus contemporain, ce texte est « vivant » par les questions, références historiques, artistiques..., illustrations et très accessible. De plus, les extraits présentés narraient une expérience pédagogique.

Extraits présentés au stage :

- Les deux préfaces (1943 et 1961)
- Introduction
- Partie 1, chapitre 4 « l'apprenti sorcier »
- Partie 1, chapitre 5 « variations sur un même thème »

1) Préfaces et introduction

Dès la lecture des préfaces et de l'introduction, ce texte a fait échos à plusieurs de mes préoccupations :

- **Les liens** à faire avec les matières littéraires afin d'effacer cette idée d'opposition mathématiques/Français, utiliser un contexte d'apparence non mathématique qui inspire ou où l'on retrouve des liens avec les mathématiques

« Pour les non spécialistes mais utile pour les spécialistes »

« Service en échange des bienfaits apportés par les sciences littéraires »

« Lors d'une lecture d'une pièce de théâtre une phrase hors contexte mathématique en lien avec les mathématiques « distance » »

On retrouvera plus tard dans la partie 1, chapitre 1 : « les mathématiques ne sont pas uniquement une science, mais aussi un art ».

- **L'idée de vulgarisation :**

« ouvrage de vulgarisation ... ni « primaire », ni « superficiel » » ;, Savoir « jusqu'où on peut aller dans la simplification sans fausser le sens », « clarifier les problèmes » « le mathématicien ne peut pas imaginer à quel point la moindre formule présente des difficultés pour le profane »; c'est finalement ce que nous faisons en enseignant au collège, je tente de vulgariser de plus en plus, d'être moins exigeante au niveau de la rigueur mathématique tant dans les raisonnements que dans les notations symboliques mais il est tout de même nécessaire de conserver cette rigueur, jusqu'où accepter cela ?

« rapport très affectif au x mathématiques », « Partager ... la joie de sa propre découverte » : enseigner , captiver les élèves, leur donner le gout pour notre matière passe par le partage de ce qui nous a plu dans notre matière.

- **Le gout de l'effort :**

« c'est le propre du mathématicien d'accepter la difficulté » « effort pénible »

« le mathématicien est celui qui ...a le gout de cet effort », « heureux de rencontrer des difficultés »

Problème important que rencontre les élèves de plus en plus, ils sont moins persévérants devant les difficultés

- **Caractère progressif de l'apprentissage des mathématiques :**

« Les mathématiques ne se construisent que pierre par pierre »

« Tous les mots sont utiles, chaque détail découle du précédent »

- **Reculer le formalisme**

« en prenant parti de me passer de formules mathématiques »

2) Partie 1, chapitres 4 « l'apprenti sorcier » et 5 « variation sur un thème fondamental », pages 40 à 53 :

- La curiosité

« Le mathématicien crée à partir de rien un univers nouveau », « S'adonner à la recherche des secrets de sa création devenue indépendante de lui » « Curiosité »

Comment réveiller ces sentiments de curiosité et ces envies de création auprès des élèves ou leur transmettre cela.

- Cours dialogué

« une élève me dit », « soumettre le problème à la classe », « ces petits chercheurs non prévenus ont une admirable capacité d'observation »

Cette séquence où elle parle d'une situation d'enseignement avec des dialogues avec ces élèves montrent la richesse qu'on peut tirer d'échanges plus libres avec les élèves, comment on peut partir de leurs questionnements ou observations pour présenter ensuite des contenus mathématiques. A quel point l'improvisation est riche si on parvient à laisser les élèves exprimer leurs idées, questions et si on parvient à rebondir sur cela pour les amener vers ce que l'on veut. L'activité mathématique est dialogique à travers des questions, problèmes et tentative d'y répondre avec une action conjointe du professeur et de l'élève.

- Importance du raisonnement et non du problème

« le même type de raisonnement dans d'autres domaines des mathématiques », « on peut imaginer d'autres variations autour du même thème » « en partant de points de vue différents, nous aboutissons au même résultat » « Unité mathématique », « Satisfaction de voir toute cette diversité ramenée à une unité »,

Son texte part d'une question qui en amène d'autres mais dont la réponse présente un raisonnement analogue, elle présente ainsi les différentes approches d'un même problème ce qui relie l'algèbre et la géométrie (par l'analogie du raisonnement on comprend bien que cette distinction est artificielle) et peut ainsi favoriser la compréhension de tous les élèves. Tous les élèves ne sont pas sensibles de la même manière à l'aspect algébrique ou géométrique. Certains sont plus à l'aise avec la technicité de l'algèbre et sont rassurés par ses règles qui s'appliquent « sans réfléchir » et d'autres ont besoin de voir les choses en s'aidant d'interprétations géométriques. Cela me renvoie à une lecture des différentes intelligences (« les intelligences multiples » d'Howard Gardner) d'où la nécessité de proposer des problèmes qui laissent libre la résolution géométrique ou algébrique. J'ai voulu présenter cet aspect aux élèves en leur proposant un extrait des éléments d'Euclide et un extrait des confessions de J.J. Rousseau qui parle justement de cette nécessité pour lui de « voir les choses ».

Donner l'importance au raisonnement et non à la solution du problème, faire comprendre aux élèves qu'on leur apprend à raisonner, réfléchir, être critique et non résoudre l'exercice, le problème, avoir la bonne réponse. Ce type d'approche leur permet d'entrer plus facilement dans un problème, en effet s'ils comprennent que ce n'est pas la réponse juste seulement que l'on attend d'eux, ils hésitent moins à écrire leur recherche même si elles n'aboutissent pas.

- Formalisme découragé (langage formel introduit le plus tardivement possible)

« Langage particulier qui opère uniquement avec des symboles »

Afin de privilégier le sens, il me paraît aussi intéressant de retarder le symbolisme mathématique, les formules, à cause des capacités d'abstraction qui diffèrent pour les élèves. Il ne faut tout de même pas l'éviter, il se montrera séduisant pour les élèves car cela permet de moins écrire, cependant il faut connaître les règles pour pouvoir l'utiliser.

Le but n'est pas de transmettre une recette mais fournir une initiation au processus de création mathématique, éduquer à réfléchir.

3) R.Peter comme modèle d'enseignement

Malgré ce qu'elle écrit dans son introduction : « je n'utilise aucune méthode scolaire », je perçois son texte comme un modèle d'enseignement :

- montrer la diversité des domaines touchés par les mathématiques
- utiliser des références historiques
- utiliser l'humour
- l'importance du dialogue avec les élèves, les questions
- la façon d'aborder une notion
- faire des liens entre algèbre et géométrie

Structure de Chapitre 4 « l'apprenti sorcier » : contexte algébrique / contexte géométrique / lien / ouverture

- 1) **sens, définitions** des notions, exemples (divisibilité, nombres amis, nombres parfaits) **pré-requis**
- 2) **Référence historique** (Les Anciens, propriété magique) pour justifier la **nécessité** de les chercher tous
- 3) Autres **exemples**, remarques sur les autres nombres parfaits, recette pour les trouver, questions ouvertes
- 4) Création des nombres entiers, relation création mathématique et l'Homme, **recherche séduisante, curiosité**
- 5) Exemple de situation pédagogique, remarque d'une élève, observations (**dialogue, improvisation**) mais pourquoi ? (**sens**)
- 6) Problème donné à la classe, une solution proposée par une autre élève (**improvisation, dialogue**)
- 7) **Référence historique** donnée par l'enseignant, problème de Gauss, **humour** (différent du problème de Suzy car Gauss s'arrête à un nombre pari alors que Suzy à un nombre impair)
- 8) Synthétiser les deux procédés ?
- 9) **Histoire** du promeneur (Rosa Péter écrit « on connaît l'histoire du promeneur » je suppose donc que c'est une référence ? laquelle ?) parallélisme promeneur et mathématiciens (**les maths sont partout**)
- 10) Ecrire la somme différemment (Suzy/Eve) -> **règle**
- 11) **Généralisation** aux sommes de nombres équidistants
- 12) **Notion mathématique** « progression arithmétique », **vocabulaire expert** « des mathématiciens »
- 13) Autres situations avec ce type de raisonnement -> calculs de surface (**géométrie**)
- 14) **Sens, définitions** (unité d'aire, surface d'un rectangle, angle droit), **pré-requis**
- 15) Importance de l'angle droit dans le bâtiment (donner du **sens, nécessité** des maths, appliqué)
- 16) **Sens, définition** : triangle rectangle et ses angles
- 17) Bloquage avec la méthode initiale du rectangle-> **truc, astuce**
- 18) Analogie du raisonnement
- 19) **Référence historique**, Euclide
- 20) **Lien algèbre/géométrie**
- 21) Autres variations possibles, **ouverture**

Structure du chapitre 5 « variation sur un thème fondamental » : contexte géométrique/ contexte algébrique/unité

- 1) **Question initiale** (dans quelles circonstances...)
- 2) **Pré-requis**
- 3) **Problème 1** : combien peut-on tracer de diagonales dans un octogone ?
- 4) Dessin->nécessité d'**abstraction**
- 5) **Truc, astuce** : forme modifiée du problème (**Polya**) **Problème 2** : Combien de façons pour relier 8 sommets ?
- 6) 2 voies pour une même réponse donc calculs égaux (**raisonnements différents** pour un même problème donc calculs égaux, ainsi on peut calculer une somme plus facilement ?)
- 7) **Problème 3** : combien existe-t-il de façons de choisir 2 sommets dans un octogone ?

- 8) Problème 4 : Combien existe-t-il de possibilités de tirer 2 billes dans un sachet de 8 billes de couleurs différentes ?
 - 9) Problème 5 : mettre en rang par deux, 8 enfants ?
 - 10) Problème 6 : Combien de combinaisons à deux éléments ? **vocabulaire mathématique expert**
 - 11) Plus grande abstraction, représentation des couples (référence à l'extrait de Varga) retour **contexte algèbre**
 - 12) Deux raisonnements différents, deux calculs égaux, comme au 6)
- 13) Pré-requis**
- 14) Statut de la **lettre**, définition
 - 15) Langage formel, **formule**
 - 16) Bilan : notation formelle, symbole, voir algèbre ou géométrie, **satisfaction** de voir toute cette diversité ramenée à une unité.

Par la suite, j'ai étendu ma lecture au reste de l'ouvrage.

4) La forme du texte :

- **Impliquer le lecteur :**

Le livre est majoritairement écrit à la 1^{ère} personne du pluriel :

Dès le premier mot « commençons », on est inclus dans sa démarche. Revient ensuite : « commençons », « représentons-nous », « Allons plus loin, ajoutons encore une unité. Puis encore une ! une autre ! », « Continuons à jouer »... Cela accentue un discours vivant, le lecteur est impliqué dans le texte.

Dans le deuxième chapitre, notre implication est encore sollicitée par :

« prière de compléter par la pensée », « si vous faites le calcul... »

- **« rythme »**

R. Peter utilise des formules qui pousse le lecteur à poursuivre sa lecture :

« je reviendrai plus loin sur... », « comme nous allons le voir », « où en sommes-nous ? » « il est difficile de nous arrêter dans cette lancée ». Comme nous dans la lecture de son texte, parce que les phrases sont simples, courtes, à l'impératif.

« Je n'ai pas la patience », « utile par le bon sens », « droit de cité », « forts utiles », « activités courantes », « simple », « facilité », « chacun comprendra aisément », « si je veux me reposer pendant cette opération » : R. Peter utilise des formules encore séduisantes, des promesses de simplicité.

- **Champs lexicaux :**

Un champ lexical ludique et sentimental :

R. Peter parle de « jeu », de « comptine », de « joie », d'« art », de « ruse », de « plaisir », de « surprise », « curiosité », « émotion », « sentiment »

Un champ lexical de la facilité, simplicité : « facilement », « à première vue », « pas surprenant », « un coup d'œil (...) suffit » « rien de nous empêche »

Répétition de la formule « d'une façon générale » et « de la même façon »

Quoi qu'il en soit, mieux vaut ..., c'est ainsi que , il suffit de , le fait est que .

On retrouve également des traces d'humour dans son texte, dès l'introduction « Il est possible que pour lui « un », « deux », « trois » et « quatre » ne soient que des abréviations de la comptine... Je ne plaisante pas... »

De plus, elle parsème son livre de références historiques qui enrichit un enseignement des mathématiques parce qu'il le rend plus humain, plus concret.